

Pascal CHAUVIN
Lycée François TRUFFAUT – Challans

MATHÉMATIQUES
1^{ère} STMG



Paternité

Pas d'utilisation commerciale

Partage des conditions initiales à l'identique

Licence Creative Commons 2.0 France

15 septembre 2020

Table des matières

1	Proportions et évolutions	2
1.1	Pourcentages d'une quantité	2
1.2	Proportion d'une sous-population (dans une population)	3
1.3	Relation avec les pourcentages	4
1.4	Intersection et union	5
1.5	Inclusion	7

Proportions et évolutions

1.1 Pourcentages d'une quantité

Définition 1 – pourcentage d'une quantité

t est un nombre réel.

« Prendre t % d'une valeur » consiste à multiplier cette valeur par $\frac{t}{100}$.

Exemple 1

La France possède une superficie de 10 950 000 km². Les dix parcs nationaux français représentent 0,5 % du territoire.

Quelle est la superficie totale des dix parcs ?

1.2 Proportion d'une sous-population (dans une population)

Définition 2 – proportion d'une sous-population

La proportion p d'une sous-population A , d'effectif n_A , dans une population E , d'effectif n_E , est le quotient des effectifs :

$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

Attention : une proportion est un nombre toujours compris entre 0 et 1.

Exemple 2

Dans une classe de 28 élèves, 12 élèves portent un pull noir : quelle proportion les élèves au pull noir représentent-ils ?

Exercice 1

1. On donne $n_A = 234$ et $p = 0,65$. Calculer n_E .
2. On donne $p = 0,42$ et $n_E = 2347$. Calculer n_A .

1.3 Relation avec les pourcentages

Un pourcentage d'une quantité est une proportion dont la population est ramenée à 100.

Déterminer un pourcentage d'une quantité, c'est donc déterminer la proportion d'une sous-population dans une population ramenée à 100.

Exemple 3

Dans une volière de 567 oiseaux, on dénombre 134 aras bleus : quel pourcentage les aras représentent-ils ?

1.4 Intersection et union

Définition 3 – intersection

A et B sont deux ensembles (sous-populations d'une population).

L'intersection des ensembles A et B est l'ensemble des éléments présents à la fois dans A et dans B .

On écrit : $A \cap B$.

Définition 4 – union

A et B sont deux ensembles.

L'union des ensembles A et B est l'ensemble des éléments présents dans A ou dans B (ou les deux).

On écrit : $A \cup B$.

Exemple 4

On considère $A = \{2; 3; 4; 5\}$ et $B = \{5; 4; 6; 8; 7\}$.

Déterminer l'intersection puis l'union de A et de B .

Exemple 5

Mêmes questions avec $A = \{2; 3; 4\}$ et $B = \{5; 6; 7\}$.

Exercice 2

Un centre équestre compte 28 cavaliers. Quinze d'entre eux font du dressage et 24 font du saut. Tous sauf deux d'entre eux pratiquent au moins une des deux disciplines.

Combien de cavaliers font :

1. uniquement du dressage ?
2. uniquement du saut ?
3. les deux ?

Propriété 1

A et B sont deux sous-populations d'une population E .

$$n_{A \cup B} = n_A + n_B - n_{A \cap B}$$

et

$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

Remarques :

- Si $A \cap B = \emptyset$, alors $n_{A \cup B} = n_A + n_B$.
- Lorsque $A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B = E$, on dit que A et B forment une partition de E .

Exercice 3

Dans l'immeuble de Bill, il y a 27 appartements avec des chiens, 33 avec des chats et 17 qui ont les deux. De plus, 35 appartements ne possèdent ni l'un ni l'autre.

1. Déterminer le nombre d'appartements dans l'immeuble.
2. Déterminer la proportion de chiens et de chats.

1.5 Inclusion

Définition 5 – inclusion

Un ensemble A est inclus dans un ensemble B lorsque tous les éléments de A sont aussi des éléments de B .

On écrit : $A \subset B$.

Exemple 6

On donne $A = \{2; 3; 1\}$ et $B = \{1; 0; 2; 3; 4\}$.

A est-il inclus dans B ?

Propriété 2 – proportion de proportion

A , B et C sont trois populations telles que $A \subset B \subset C$.

On note p la proportion de A dans C , p' la proportion de A dans B , et p'' la proportion de B dans C . Alors :

$$p = p' \times p'' .$$

Exemple 7

Une classe comporte 30 % de garçons. 60 % des garçons ont 17 ans. Quelle est la proportion de garçons âgés de 17 ans dans la classe ?

Exercice 4

Lors de la dernière journée d'un championnat international d'athlétisme, 70 % des spectateurs sont français et les autres sont étrangers. De plus, 85 % des spectateurs étrangers et 25 % des spectateurs français possèdent une licence d'athlétisme.

Calculer le pourcentage de spectateurs licenciés parmi l'ensemble des spectateurs.